



## ARTÍCULO

# Valuación de opciones simples y complejas contenidas en arrendamientos financieros



Gastón Silverio Milanesi\*

Profesor titular, Departamento de Ciencias de la Administración, Universidad Nacional del Sur, Buenos Aires, Argentina

## INFORMACIÓN DEL ARTÍCULO

## Historia del artículo:

Recibido el 20 de febrero de 2015

Aceptado el 31 de agosto de 2015

On-line el 19 de diciembre de 2015

## Códigos JEL:

G13

G31

## Palabras clave:

Arrendamientos

Opciones simples

Opciones compuestas

Valor expandido

## RESUMEN

El valor de los contratos de arrendamiento es una función del valor presente de los cánones más las opciones reales operativas. Sin embargo, el método del préstamo equivalente (MPE), con amplia aplicación en la valuación de arrendamientos, falla porque no incorpora las opciones contenidas en el contrato. De esta forma, el presente trabajo propone un modelo de valuación combinando el MPE y el enfoque binomial para valorar opciones reales. Para lograr lo anterior, se realiza el planteamiento matemático y su aplicación para opciones simples (compra, cancelación anticipada, renovación) y compuestas (*venture leasing*, leasing a porcentaje, pago diferido, pago diferido y compra), demostrando la habilidad del modelo para calcular el valor actual expandido del contrato, como la suma del valor actual de pagos y opciones operativas.

© 2015 Publicado por Elsevier España, S.L.U. en nombre de Universidad ICESI. Este es un artículo Open Access bajo la licencia CC BY (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

## Simple and complex option valuation in financial leasing

## ABSTRACT

The value of leasing agreements is a function of the present value of the payments plus the operative real options. The equivalent loan method (ELM), widely applied in leasing valuation, fails because it does not incorporate the options embedded in the contract. The paper proposes a model of valuation that combines the ELM and the binomial approach for valuing real options. The mathematical approach and its application for simple (purchase, early cancellation; roll over) and compound options (*venture leasing*; percentage leasing; deferred payment; deferred payment and purchase); showing the model's ability to calculate the current expanded value of the contract, such as the sum of the payment of the present value and operative options.

© 2015 Published by Elsevier España, S.L.U. on behalf of Universidad ICESI. This is an open access article under the CC BY license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

## Avaliação de opções simples e complexas em arrendamentos financeiros

## RESUMO

O valor dos contratos de arrendamento é uma função do valor atual das taxas mais as opções reais operativas. No entanto, o método de empréstimo equivalente (MPE), com ampla aplicação na avaliação de contratos de arrendamentos, falha porque não incorpora as opções contidas no contrato. Desta forma,

## JEL classification:

G13

G31

## Keywords:

Leasing

Simple options

Compound options

Expanded value

## Classificações JEL:

G13

G31

\* Autor para correspondencia: Colón 80 primer piso, 8000 Bahía Blanca, Universidad Nacional del Sur, Buenos Aires, Argentina.  
Correo electrónico: [milanesi@uns.edu.ar](mailto:milanesi@uns.edu.ar)

Palavras-chave:  
Arrendamientos  
Opciones simples  
Opciones compuestas  
Valor expandido

o presente trabalho propõe um modelo de avaliação combinando o MPE e a abordagem binomial para valorizar opções reais. Para conseguir isso, realiza-se o tratamento matemático e sua aplicação para opções simples (compra, cancelamento antecipado, renovação) e compostas (venture leasing, leasing percentual, pagamento diferido, pagamento diferido e compra); demonstrando a habilidade do modelo para calcular o valor atual expandido do contrato, como a soma do valor atual de pagamentos e opções operativas.

© 2015 Publicado por Elsevier España, S.L.U. em nome da Universidad ICESI. Este é um artigo Open Access sob a licença de CC BY (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

## 1. Introducción

La complejidad de los negocios ha promovido el desarrollo del leasing<sup>1</sup> como instrumento de adquisición alternativo a la opción de compra financiada. Bajo esta modalidad se ofrecen arrendamientos de diversos tipos de activos, como oficinas, edificios, plantas, equipamientos informáticos, autos, camiones, aeronaves, barcos, maquinaria de producción industrial (p. ej., para la construcción o medicinal), etc. En los casos de bienes caracterizados por su larga vida útil (inmuebles, embarcaciones, aeronaves) o significativa variabilidad en características tecnológicas y de mercado (equipos de tecnología de vanguardia), existen modalidades de arrendamientos atípicos y complejos que incorporan opciones operativas. Los contratos modernos se diferencian de la tradicional versión de arrendamiento, ya que contienen cláusulas especificando opciones operativas, por ejemplo cancelación anticipada, de compra, renovación del instrumento, etc. Estas añaden flexibilidad a favor de los sujetos intervinientes en el contrato y, como consecuencia de ello, se traducen en un mayor valor del arrendamiento (Copeland y Weston, 1982; Lee, Martin y Senchack, 1982; McConnell y SchaUheim, 1983; Grenadier, 1996; Trigeorgis, 1996; Grenadier, 1997; Liang y Shusheng Li, 2012).

Frecuentemente, el valor presente correspondiente a la corriente de pagos del leasing es calculado mediante el método del préstamo equivalente (MPE) (Myers, Dill y Bautista, 1976; Benninga, 2008; Milanesi, 2011). No obstante, el MPE no estima el valor total de los beneficios (costos) del contrato, en particular cuando el instrumento contiene opciones operativas, ya que estas no son consideradas. Para subsanar la mencionada falencia del MPE es necesario utilizar modelos financieros complejos que capturen la flexibilidad operativa de las opciones y determinen el valor actual expandido del contrato (Trigeorgis, 1993).

Motivado por las ideas anteriores y con el objeto de estimar el valor estratégico o expandido de contratos de arrendamiento con opciones, el presente trabajo propone un modelo de valuación donde se combina el clásico MPE y las expresiones matemáticas de valoración correspondientes a opciones simples y compuestas contenidas en diferentes modalidades de leasing, utilizando el modelo binomial. De esta forma, el trabajo aporta una expresión formal para medir el valor expandido o estratégico del contrato como la suma entre el valor de las opciones operativas del arrendamiento y el valor estático del modelo MPE.

Para ello, en la siguiente sección se desarrolla el marco teórico exponiendo sucintamente los conceptos inherentes al MPE, valor expandido y la formulación general del modelo propuesto, con el fin de valorar y calcular el costo efectivo del contrato de leasing con opciones mediante el modelo binomial. En la misma sección son desarrolladas analíticamente las expresiones correspondientes al valor terminal de las opciones simples y compuestas contenidas en las modalidades contractuales analizadas y el procedimiento para estimar su valor actual. Seguidamente, tomando como unidad de

análisis los contratos de arrendamiento pactados en el mercado, se ilustra la mecánica de implementación y funcionamiento de los diferentes modelos desarrollados precedentemente. En cada uno de los casos estudiados se presenta el valor expandido del contrato, sus costos financieros y el porcentaje que representa el valor de la opción sobre el valor total del leasing. Finalmente, se exponen las principales conclusiones.

## 2. Marco teórico

Desde el punto de vista formal, el valor estratégico o expandido correspondiente a un proyecto de inversión, empresa en marcha o corriente de flujos (VE) es igual a la suma entre el valor actual estático (VA) y el valor actual de las opciones (VO) (Trigeorgis, 1997). Si dicha idea se extrapola a la valoración de contratos de arrendamiento con opciones, se tiene que el valor expandido del contrato ( $VEL_0$ ) es la suma del valor estimado mediante el método del préstamo equivalente (MPE)<sup>2</sup>, notado como  $VAN(L)$ , y el valor actual de las opciones del contrato ( $L_0$ ), conforme queda expresado en la siguiente ecuación:

$$VEL_0 = V_0 - \sum_{t=0}^N \bar{f}f_t(1+r^*)^{-t} + L_0 \quad (1)$$

donde  $V_0$  representa el costo de adquisición del activo,  $r^*$  se refiere costo financiero antes de impuestos,  $\bar{f}f_t$  es el flujo de fondos neto de impuestos del leasing<sup>3</sup> y  $L_0$  es el valor teórico en la fecha de valuación de las opciones (flexibilidad) contenidas en el arrendamiento. A partir de la ecuación anterior, se deriva el costo efectivo del contrato:

$$0 = V_0 - \sum_{t=0}^N -\bar{f}f_t(1+r^y)^{-t} + L_t(1+r^y)^{-t} \quad (2)$$

En la ecuación 2 se adiciona el valor terminal de la opción  $L_t$  a la corriente de flujos de leasing, siendo la tasa de costo efectivo  $r^y$ <sup>4</sup>.

Las opciones contenidas en el contrato ( $L$ ) son valoradas mediante el clásico modelo binomial (Cox, Ross y Rubinstein, 1979). De esta forma, una vez definidos los parámetros del modelo<sup>5</sup>, la

<sup>1</sup> En el presente trabajo se hará referencia al instrumento con las palabras leasing o arrendamientos. Las partes intervinientes serán denominadas tomador, arrendatario, dador, arrendador.

<sup>2</sup> La expresión original expandida del método de préstamo equivalente es  $(CA_0 - CFI) - \sum_{t=0}^N \bar{f}f_t(1+r^*)^{-t} + \sum_{t=0}^N go_t(1+k)^{-t} + E(VR_N)(1+k)^{-t}$ , siendo  $(CA_0 - CFI)$  el costo de adquisición menos el crédito fiscal por la compra,  $\bar{f}f_t = -p_t + af_t - pf_t$  el flujo de fondos correspondiente al canon ajustados por los costos y beneficios fiscales,  $r^*$  la tasa de costo de la deuda antes de impuestos,  $go_t$  gastos operativos a cargo del tomador,  $E(VR_N)$  valor esperado de rescate,  $k$  costo del capital del activo,  $N$  vencimiento del contrato. Cuando no se financia el valor total del activo con deuda, la tasa de costo de la deuda no es representativa del costo total de los recursos empleados. En esos casos, se estima una tasa de costo de capital que surge del promedio ponderado de la mezcla entre capital propio y deuda.

<sup>3</sup> La corriente de pagos del contrato se calcula incorporando los escudos fiscales  $\bar{f}f_t = -c_t - pf_t$ ; en donde  $c_t = p_t - af_t$ , siendo  $p_t$  el pago del contrato,  $af_t$  el ahorro fiscal del periodo del canon y  $pf_t$  el desahorro fiscal de las amortizaciones.

<sup>4</sup> El costo financiero obtenido con la ecuación 2 se compara con la tasa de préstamo después de impuesto  $r^t$  para determinar la conveniencia entre el leasing o la adquisición del activo.

<sup>5</sup> Los parámetros correspondientes al modelo binomial son: movimiento ascendente  $u = e^{\sigma t}$  y descendente  $d = e^{-\sigma t}$  correspondiente al activo subyacente y coeficientes equivalentes ciertos;  $p = (e^{\sigma t} - d)/(u - d)$ .

siguiente expresión determina el valor teórico para cualquier tipo de opción contenida en el contrato:

$$L_0 = \left[ \sum_{j(T)=0}^{j(T)=n} L_{j(T)} \frac{j!}{j!(n-j)!} p^j (1-p)^{n-j} \right] e^{-rT} \quad (3)$$

donde  $L_{j(T)}$  representa el valor terminal que adoptan las diferentes modalidades de opciones para el  $j$ -ésimo nodo ( $j=(0 \dots n)$ );  $T$  representa el periodo correspondiente al ejercicio de la opción;  $r$  tasa libre de riesgo;  $p$  y  $1-p$  los coeficientes equivalentes ciertos. De esta forma, la ecuación (3) representa la versión sintética del proceso recursivo utilizado en la valoración de opciones aplicando el método binomial.

A continuación, son desarrolladas las ecuaciones correspondientes a los valores terminales  $L_{j(T)}$ . En primer lugar, son expuestas 4 tipologías de opciones simples: de compra, cancelación anticipada, renovación y de renovación-compra. Posteriormente, se presentan las expresiones correspondientes a contratos con opciones complejas: de riesgo (*venture lease*), con canon atado a la intensidad de uso (*percentage lease*) y con diferimientos de pago (*lease with deferred payment*)<sup>6</sup>.

### 2.1. Opción de compra

La opción de compra se encuadra dentro del grupo de opciones simples, de uso frecuente en los contratos de arrendamiento. Otorga al tomador el derecho de obtener la propiedad del bien a cambio del pago de un precio de ejercicio ( $EX_t$ ). En términos de opciones financieras, se asemeja a un *call*, por lo tanto, su valor terminal es:

$$L_{OC} = (V_t, T, EX) = \max(V_t - EX_t, 0) \quad (4)$$

De esta forma, el ejercicio de la opción de compra se efectiviza en la medida que el valor del bien ( $V_t$ ) supere el precio pactado. Si el ejercicio se pacta para una fecha determinada ( $T$ ), la opción es del tipo europeo; caso contrario, si el ejercicio se efectiviza en antes del vencimiento del contrato, es del tipo americana<sup>7</sup>. En este, el ejercicio se determina comparando para cada periodo ( $t < T$ ) el valor terminal con el valor teórico de la opción de compra. Si el  $VT_t > L_{OC,t}$  la opción debe ser ejercida; en caso contrario, se continúa con el contrato.

### 2.2. Opción de cancelar anticipadamente

Esta cláusula permite al tomador cancelar de manera anticipada el contrato de arrendamiento. Cuando el valor actual de los flujos de fondos provenientes de continuar las operaciones generadas por el subyacente ( $VC_t$ ) menos el valor actual del saldo de pagos del leasing ( $VL_t$ ) en el instante  $T$  es menor que la multa por pago anticipado  $P$ , la opción de cancelación anticipada es ejercida. Su valor terminal se expresa de la siguiente manera:

$$L_{CA} = (VC_t, VL_t, T, P) = \min(VC_t - VL_t, -P) \quad \text{con } P \geq 0 \quad (5)$$

<sup>6</sup> En todas las modalidades estudiadas en este trabajo, salvo leasing de riesgo y atado a la intensidad de uso, las opciones son ejercidas por el tomador. En estos casos, el valor inicial de la opción  $L_0$  incrementa el valor expandido ( $VEL_0$ ) (ecuación 1) y el valor terminal de la opción  $L_t$  disminuye el costo financiero  $r^p$  (ecuación 2). El leasing de riesgo y atado a intensidad de uso persigue brindar opciones a favor del dador, con el fin de incentivar a estos últimos a la entrega de activos bajo la modalidad de arrendamiento. En estos casos, desde la perspectiva del tomador, el valor de la opción reduce el valor actual neto expandido e incrementa el costo financiero.

<sup>7</sup> En el caso de una opción financiera de compra Americana, donde el subyacente no paga dividendos durante la vida del instrumento, el valor se asemeja a una opción financiera de compra europea. En este caso, el valor del subyacente está integrado por la evolución del precio del activo objeto del leasing, que, a diferencia de un activo financiero, incorpora la pérdida de valor objeto de la depreciación que sufre el bien.

Dependiendo del momento en que se pacte la oportunidad de cancelar anticipadamente, el tratamiento de la opción es que se asimila a una opción de compra europea o americana. Para este último caso, si en el instante  $t < T$  el valor terminal es mayor al teórico  $VT_t > L_{CA,t}$  la opción debe ejercitarse, con la correspondiente cancelación anticipada del contrato.

### 2.3. Opción de renovar el contrato

Esta opción permite al tomador extender el contrato por plazo de tiempo adicional  $N'$ . Si el vencimiento original se pacta  $N=T$ , la cláusula de renovación dispone la opción de extensión a  $N+N'$  periodos. Su tratamiento se asemeja al de la opción con cancelación anticipada (ecuación 5), ya que se supone un vencimiento ficticio del contrato en el nuevo plazo ( $N'=N+t$ ) y su correspondiente ejercicio de la opción de cancelar anticipadamente en el plazo original ( $N$ ), sin penalidad alguna. La opción de renovar se ejerce siempre que el valor actual de los flujos de fondos provenientes de las operaciones del bien menos el valor actual del saldo de pago del contrato sea positivo. Esto se presenta en la siguiente ecuación:

$$L_R = (VC_t, VL_t, T, ) = \max(VC_t - VL_t, 0) \quad (6)$$

Dado lo anterior, en varias ocasiones se conjugan 2 opciones: a) compra del activo en el vencimiento inicialmente pactado ( $N=T$ ), y b) renovación del contrato para extenderlo a un nuevo vencimiento  $N'=N+t$ , seleccionándose la alternativa de mayor valor. Para este caso, el valor terminal de la opción surge como el máximo valor entre la opción de renovar sin penalidad (ecuación 6) y la opción de compra (ecuación 4), lo cual se refleja en la ecuación 7:

$$L_{CA,R} = (VC_t, VL_t, V_t, EX_t T, ) \\ = \max(\max(VC_t - VL_t, 0); \max(V_t - EX_t, 0)) \quad (7)$$

### 2.4. Arrendamiento con colateral convertible (*venture leasing*)

Esta clase de producto financiero posibilita el acceso al uso de activos fijos de alto valor, en empresas de base tecnológica típicas de sectores biotecnológicos, de capital cerrado, en sus diferentes etapas (desarrollo, expansión y madurez), financiando necesidades de infraestructura y equipamiento específico. Estos contratos se complementan con el aporte de capital privado de parte de inversores de riesgo (*venture capital*). Una de sus principales ventajas consiste en moderar la disolución de la participación en el capital de parte de los emprendedores fundadores, ya que el proyecto o la inversión incremental en tecnología no se financia íntegramente con capital de riesgo privado, empleando el *venture leasing* como alternativa de financiamiento con colateral (Klieman, 2001).

Bajo esta modalidad, el arrendatario suscribe un contrato donde se compromete a pagos en concepto de alquiler del equipo. Paralelamente se ofrecen bonos (*warrants*)<sup>8</sup> convertibles en participaciones de capital como colateral y en carácter de compensación a favor del dador, dado el riesgo adicional que implica un arrendatario *start-up*<sup>9</sup>. Los títulos son ejercibles en una fecha determinada

<sup>8</sup> Por lo general, los términos de este tipo de arrendamiento son flexibles, permitiendo acordar la duración, la estructura de pagos y el monto de *warrants* emitidos. La duración de estos contratos oscila entre 24 a 48 meses, siendo la amortización y los intereses devengados en los cánones comprometidos. Los *warrants* requieren de garantía para compensar el riesgo en exceso que toma el dador al financiar una empresa privada de base tecnológica, principalmente en su etapa de crecimiento. Los *warrants* por lo general se pueden ejercer desde su emisión y la opción se mantiene abierta por un lapso, inclusive después de que la firma se consolida y eventualmente hace oferta pública de su capital.

<sup>9</sup> Este tipo de emprendimientos se caracteriza por los magros indicadores financieros relativos a su solvencia y capacidad de endeudamiento, por estar en su etapa

con las siguientes opciones para el dador: a) percibir una serie de pagos con valor actual  $M$ , o b) comprar acciones del arrendatario a un precio de ejercicio  $K$ . A menudo se pactan cláusulas de protección del arrendatario, ya que si el emprendimiento es exitoso y la diferencia entre el valor de cotización de la parte de capital correspondiente a la firma ( $S$ ) y el precio de ejercicio pactado ( $K$ ) excede el valor del *warrant* ( $M$ ), la opción de conversión expira. Consecuentemente, el valor terminal de la opción es asimilable a una opción de compra europea con valor límite igual a  $M$ , siendo su expresión la siguiente:

$$L_V = (S_t, T, K, M) = \min(\max(S_t - K, 0)M) \quad (8)$$

Según la expresión anterior, al vencimiento el arrendatario paga el valor de la opción o el valor actual de los flujos de fondos del *warrant*. Al desagregar la ecuación 8 se obtiene:

$$L_V = (S_t, T, K, M) = \min(\max(S_t - K, 0)M) \\ = \max(S_t - K, 0) - \max(S_t - K - M, 0) \quad (9)$$

Desarrollando la expresión anterior, se plantea el valor terminal de la opción de la siguiente manera:

$$L_V = (S_t, T, K, M) = L(S_t, T, K) - L(S_t, T, K + M) \quad (10)$$

De esta forma, la opción tiene un límite de valor igual a  $M$  y se expresa como la diferencia entre 2 *call* europeas con precios de ejercicio  $K$  y  $K + M$ , respectivamente. En otras palabras, para estimar el valor terminal se considera la diferencia de 2 opciones de compra europeas, *call* 1 y *call* 2, con diferentes precios de ejercicio. El límite de máximo pago  $M$  actúa como cláusula de protección para el arrendatario, ya que por debajo del valor del *warrant* el arrendador ejerce la opción de adquirir acciones o partes de capital correspondientes al emprendimiento a un precio de ejercicio  $K$ .

## 2.5. Canon fijo y porcentaje (percentage lease)

Esta modalidad de arrendamiento vincula parte de los flujos de fondos que recibe el dador al grado de intensidad o uso del activo objeto del contrato<sup>10</sup>. A cambio, este se compromete a mantener en perfecto estado operativo el bien, reduciendo el riesgo asumido por el arrendatario ante potenciales desperfectos por su utilización. La presente modalidad es empleada con frecuencia en el caso de arrendamientos sobre inmuebles, en donde el tomador se compromete al pago de un canon base y un porcentaje sobre el nivel de ingresos<sup>11</sup> (Wheaton, 2000). En los contratos de alquiler sobre locales en espacios comerciales se establece un valor fijo por metro cuadrado y un porcentaje sobre ingresos por ventas en tanto y en cuanto se supere un determinado precio de ejercicio. A menudo, el precio de ejercicio por metro cuadrado se estima como la ratio entre el valor fijo del alquiler y el porcentaje sobre el nivel de ingresos<sup>12</sup>. Este resultado es conocido como punto de equilibrio del contrato.

inicial (*early stage company*). Como consecuencia de ello, no tienen calificación suficiente para acceder a un leasing convencional con una entidad bancaria.

<sup>10</sup> Por ejemplo, en el caso de los vehículos, la medida de intensidad estaría vinculada con los kilómetros recorridos; en las máquinas fotocopadoras, estaría vinculada con el número de copias; en los equipos de computación se vincularía con los ciclos de CPU; en el caso de los inmuebles, estaría vinculada con el beneficio que generan el uso y el goce de la propiedad.

<sup>11</sup> En algunos casos, la base para el cálculo del porcentaje está dada por los gastos documentados, en el caso de que la actividad no genere ventas por motivos ajenos al riesgo del negocio, como por ejemplo en interrupciones voluntarias por obras de mejoras en el inmueble. Durante dicho periodo, el nivel de ventas puede verse afectado y, consecuentemente, como medida de protección para el dador, se toman los gastos documentados como base de imposición.

<sup>12</sup> Por ejemplo, si el valor fijo del alquiler por metro cuadrado se estipula en \$ 20 y el porcentaje sobre ventas es del 5%, el precio de ejercicio es de \$ 400 por metro cuadrado.

Esta modalidad de contrato permite promover disminuciones en el costo fijo del canon y trasladar el riesgo del negocio producido por la volatilidad de los ingresos por ventas al dador o propietario del inmueble. Asimismo, y dependiendo de las características del contrato, se pueden incorporar cláusulas a favor del tomador y dador limitando el monto total de ingresos empleados como base de cálculo con techos (*caps*) y pisos (*floors*)<sup>13</sup>. De esta forma, siendo  $VC_t$  los ingresos por ventas en el momento  $T$ ,  $K$  el nivel mínimo de ventas pactado y  $\alpha$  el porcentaje de ventas pagadas al arrendatario, el valor terminal de la opción contenida en el contrato se encuentra sujeto a la siguiente lógica: si las ventas ( $VC$ ) exceden el nivel precio del ejercicio o punto de quiebre ( $K$ ), el dador recibe un pago adicional al canon al vencimiento  $T$  de una suma  $VC - K$  o  $\alpha VC$ ; el menor de los 2, conforme surge de la siguiente expresión:

$$L_P = (VC_t, T, K, \alpha) = \begin{cases} VC_t - K \rightarrow \alpha VC_t \geq VC_t - K \geq 0 \\ \alpha VC_t \rightarrow VC_t - K > \alpha VC_t \\ 0 \end{cases} \quad (11)$$

De la expresión anterior se deriva que el valor terminal correspondiente a las opciones del contrato se desagrega en 2 opciones de compra europeas, con igual fecha de vencimiento pero diferentes precios de ejercicio  $K$  y  $K/1 - \alpha$ .

$$L_P = (VC_t, T, K, \alpha) = L(VC_t, T, K) - (1 - \alpha) \left( VC_t, T, \frac{K}{1 - \alpha} \right) \quad (12)$$

## 2.6. Premio y pago diferido del activo (lease with deferred payment)

Existen modalidades de contratos de leasing donde el arrendatario solamente paga el alquiler por su uso, pero puede disponer de cláusulas donde se le otorgue la opción exclusiva o preferencial de adquirir el activo arrendado a un ventajoso y diferido precio ( $K$ ) al vencimiento del contrato. El tomador abona un derecho exclusivo  $D$ , más el valor de la opción de compra  $K$ . El derecho exclusivo se paga al vencimiento ( $T$ ), siempre que el precio de mercado del bien sea superior al precio de ejercicio más el derecho que se paga. El premio o derecho ( $D$ ) no tiene un valor constante ya que por lo general se pacta como una fracción del valor del bien ( $V$ ), por lo tanto  $D$  es contingente;  $D_{T(i,j)} = \alpha \times V_{T(i,j)}$  y pagadero en tanto  $V_T > K + D$ . El valor terminal de la opción queda expresado en la siguiente ecuación:

$$L_d = (V_t, T, K) = (V_t - (K + D_{T(i,j)})) 1_{(V_t \geq K)} \quad (13)$$

## 3. Las opciones reales contenidas en los arrendamientos. Análisis de casos

En la presente sección son aplicados los modelos de valuación de leasing. De esta forma, en los casos de arrendamientos tradicionales con opción de compra, cancelación anticipada y extensión, se estudia el caso del arrendamiento por parte de un operador turístico de un bus de media distancia para viajes domésticos. Para la modalidad *venture leasing* fue seleccionado el caso de financiamiento de compra de equipamiento asegurada con *warrant* por una empresa de

<sup>13</sup> Por ejemplo, se puede establecer un techo bajo la siguiente cláusula: «el arrendatario debe pagar un monto base más un 5% sobre el nivel de ventas, en donde el monto variable resultante de aplicar el porcentaje sobre ventas no debe exceder el importe base fijo». Si el monto mensual fijo es de \$ 2.000, entonces el pago variable no puede exceder de \$ 2.000, o el nivel de venta tope es de \$ 40.000, arrojando como máximo un flujo para el dador de \$ 4.000. En este caso, la cláusula de protección es a favor del tomador. En los pisos se estipulan cláusulas donde al pago fijo se adiciona una suma fija o porcentaje mínimo sobre ventas; si estos valores no son superados, se activa la cláusula de protección para el dador, percibiendo el pago fijo más el mínimo.



base tecnológica del sector de ciencias naturales en fase de expansión. En el caso del leasing a porcentaje es estudiado el alquiler por metro cuadrado, tomando como base los datos correspondientes a complejos comerciales, dedicados a la indumentaria femenina radicados en Estados Unidos. Finalmente, para ilustrar el funcionamiento de los arrendamientos con pagos diferidos, se analizó el caso de arrendamiento y compra de equipamiento informático.

A continuación, mediante el caso de aplicación, son desarrollados los modelos expuestos anteriormente.

### 3.1. El método del préstamo equivalente

Se presenta un caso donde una empresa de servicios turísticos radicada en la provincia de Buenos Aires (Argentina) se encuentra estudiando la alternativa de alquilar o comprar un bus de media distancia para el traslado de pasajeros en viajes locales. Se trata de la compra de un bus Volkswagen 18320 EOT de media y larga distancia, modelo 2014, cuyo costo de adquisición en  $t=0$  es  $V_0 = \$1.529.000$  pesos argentinos(\$). En este caso, según las normas tributarias locales, la compra no genera crédito fiscal (CF) a favor del adquirente. Adicionalmente, existe la posibilidad de suscribir un contrato de arrendamiento con la entidad Nación Leasing perteneciente al Banco de la Nación Argentina. De esta forma, el leasing base establece las siguientes condiciones: 36 pagos mensuales, vencidos y consecutivos de valor  $p_t = \$63.498$  cada uno. A mes adelantado, la cuota 37 otorga el derecho a ejercer la opción de compra pactada en un 5,5% del valor convenido (\$ 84.477).

Con el fin de simplificar la presentación de los resultados, se suponen pagos anuales coincidentes con el año calendario, de tal forma que el flujo de fondos anual correspondiente al pago de cuotas asciende a \$ 761.976,00. Por otra parte, los costos de transacción producto del contrato son considerados un flujo incremental provocado por leasing. Estos se integran por la comisión del 2% cobrada por la entidad financiera (\$ 37.001,80) y el impuesto del 4% correspondiente a sellos sobre contrato (\$ 67.889,77)<sup>14</sup>. La comisión y los tributos son abonados en el momento de perfeccionar la operación jurídica, consecuentemente disminuyendo el valor producto del ahorro de fondos que provoca el leasing en comparación a la compra.

Los seguros y los impuestos sobre el vehículo a pagar son un flujo no incremental cuando se estudian las alternativas de compra versus arrendamiento<sup>15</sup>. Por razones de simplicidad, en el trabajo se supone que el costo del seguro contratado es similar en el caso de compra y arrendamiento. Otros datos adicionales que se consideran para el caso son: la vida útil asignada a los vehículos según las normas fiscales es de 5 años, depreciación del 20% anual, alícuota marginal del 35% correspondiente al impuesto a las ganancias, costo de tomar deuda para financiar la compra antes de impuesto promedio para préstamos prebendarios<sup>16</sup>  $r^* = 30\%$ , tasa libre de riesgo  $r = 10\%$ . A continuación, se calcula el valor actual neto y el costo financiero sin opciones aplicando el MPE. En la tabla 1 se presentan los flujos de fondos del contrato.

El valor actual de los pagos del leasing  $VA(L) = \sum_{t=0}^N ff_t(1+r^*)^{-t}$  es de \$ -1.160.171,41 y el valor actual neto del contrato (comprar-financiar versus arrendar) es de  $VAN(L) = V_0 - VA(L)$  correspondiente a \$ 277.088,59. El costo financiero del leasing

**Tabla 1**

Flujos de fondos correspondiente al contrato base

t	1	2	3	4	5
$p_t$	\$ -761.976	\$ -761.976	\$ -761.976	\$ 0,00	\$ 0,00
$A_t$	20%	20%	20%	20%	20%
$af_t$	\$ 266.691,6	\$ 266.691,6	\$ 266.691,6	\$ 0,00	\$ 0,00
$pf_t$	\$ -107.030	\$ -107.030	\$ -107.030	\$ -107.030	\$ -107.030
$ff_t$	\$ -602.314,4	\$ -602.314,4	\$ -602.314,4	\$ -107.030	\$ -107.030

Fuente: elaboración propia.

**Tabla 2**

Proceso estocástico correspondiente al valor del subyacente

0	1	2	3
\$ 1.529.000,00	\$ 1.524.201,06	\$ 1.234.526,46	\$ 769.157,34
	\$ 981.640,99	\$ 795.080,00	\$ 495.365,34
		\$ 512.060,48	\$ 319.033,32
			\$ 205.469,08

Fuente: elaboración propia.

**Tabla 3**

Valor terminal y valor teórico opción de compra

$N = 5(i, j)$	$L_{OC, \pi(i, j)}$	$Q_{\pi(i, j)}$	$L_{OC, \pi(i, j)} \times Q_{\pi(i, j)}$
3	\$ 685.062,34	31,77%	\$ 217.625,71
2	\$ 411.270,34	44,37%	\$ 182.476,44
1	\$ 234.938,32	20,66%	\$ 48.531,71
0	\$ 121.374,08	3,21%	\$ 3.981,00
	$\sum_{L_{OC,0}} L_{OC,T} \times Q$		\$ 452.527,87
			\$ 274.471,03

Fuente: elaboración propia.

$0 = V_0 - VA(L)_{ry}$  asciende al 16,98%, siendo inferior al costo de la deuda antes de impuestos  $r^*$  y al costo de la deuda neto de impuestos  $r^* 19,5\%$ . A continuación, serán estimados el impacto en el valor que presentan las posibles opciones sobre el contrato.

### 3.2. Opción de compra

Para estimar la opción de compra contenida en el contrato, se supone que el valor del bien evoluciona siguiendo un proceso del tipo geométrico browniano (GBM) ajustado por la depreciación económica estimada del mismo,  $B_t$  del 20% el primer año y luego el 15% por año<sup>17</sup>. El valor del subyacente evoluciona periódicamente a razón de:

$$V_{t(i,j)} = [V_{t,i} \times u \times (1 - B_t); V_{t,j} \times d \times (1 - B_t)] \quad (14)$$

En la ecuación precedente,  $u$  representa el coeficiente de ascenso y  $d$  el coeficiente de descenso. Para su estimación se debe contar con el dato de la volatilidad del subyacente. En este caso, se supone un desvío  $\sigma(V) = 21,97\%$ <sup>18</sup>, donde  $u = 1,2461$  y  $d = 0,8025$ . Con estos datos, se está en condiciones de elaborar la rejilla binomial aplicando la ecuación 14; estos resultados se exponen en la tabla 2.

En el contrato se dispone que la opción de compra es ejercida finalizado el contrato, en el periodo  $N=3$ . En la tabla 3 se presenta el valor terminal producto de calcular el valor de la opción de compra

<sup>14</sup> En ambos casos, la base imponible la brinda el valor de adquisición del vehículo.

<sup>15</sup> Por lo general, es el dador del contrato quien impone las condiciones de pago de seguro, ya que este conserva la propiedad del vehículo hasta el ejercicio de la opción. En este caso, la entidad procede a facturar conjuntamente con el canon mensual, el valor de la prima, y trimestralmente, el pago de las cuotas correspondiente al impuesto del automotor aplicado sobre vehículos en la Provincia de Buenos Aires, según ordenanza fiscal.

<sup>16</sup> Datos tomados de las estadísticas del Banco Central de la República Argentina (BCRA) ([www.bcra.gov.ar/estadis/es020200.asp](http://www.bcra.gov.ar/estadis/es020200.asp)).

<sup>17</sup> Según datos referenciales de la Asociación de Concesionarios de la República Argentina ([www.acara.com.ar](http://www.acara.com.ar)) en su serie de valorizaciones.

<sup>18</sup> El enfoque de opciones reales presenta debilidades cuando los mercados no son completos y no existe cartera financiera réplica de los flujos de fondos del proyecto (Wang y Halal, 2010). En estos se emplea el enfoque *marketed asset disclaimer* (MAD) para estimar el parámetro volatilidad (Copeland y Antikarov, 2001; Brandao, Dyer y Hahn, 2005; Smith, 2005). En este caso, se supone que el valor del activo evoluciona en función del comportamiento de los ingresos esperados obtenidos por transporte de pasajeros. La volatilidad se supone obtenida aplicando el enfoque MAD.

**Tabla 4**

Valor terminal en cada nodo correspondiente al ejercicio de la opción

0	1	2	3
\$ 305.800,00	\$ 530.351,06	\$ 470.026,46	\$ 234.007,34
	\$ –	\$ 30.580,00	\$ –
		\$ –	\$ –

Fuente: elaboración propia.

**Tabla 5**

Valor terminal versus valor teórico ejercicio–no ejercicio opción de compra

0	1	2	3
Ejercicio	Ejercicio No ejercicio	Ejercicio Ejercicio No ejercicio	No ejercicio No ejercicio No ejercicio No ejercicio

Fuente: elaboración propia.

$L_{OC,T(i,j)}$  (ecuación 4), el valor terminal ajustado por su probabilidad de ocurrencia ( $L_{OC,T(i,j)} \times Q_{T(i,j)}$ ) y el valor teórico de la opción en  $t=0$  ( $L_0$ ) (ecuación 3), donde  $r=10\%$ ,  $p=0,6823$  y  $(1-p)=0,3177$ .

El valor terminal en  $N=3$  asciende a \$ 452.527,87 y el valor actual teórico es de \$ 274.471,03. Con estos datos, se está en condiciones de calcular el valor expandido de leasing  $VEL_0$  (ecuación 1). Este asciende a \$ 551.560,62, producto de la diferencia entre el valor actual de los pagos del contrato incorporando la opción y el costo neto de adquisición ( $(V_0 - VA(L))$ ; \$ 1.437.260 – \$ 885.699,38). El valor relativo de la opción de compra frente al valor actual de los pagos del contrato presenta el 23,66% ( $L_0/VA(L)$ ). El costo efectivo del contrato (ecuación 2) es del 5,97%, arrojando una ventaja neta de arrendar frente a comprar. A continuación, la tabla 4 expone la rejilla binomial en el caso supuesto en el que se disponga del ejercicio de la opción de compra en cada periodo hasta el vencimiento, estimando el valor terminal en cada nodo (ecuación 4).

De esta forma, en los nodos donde  $VT_t > L_{OC,t}$  se ejerce la opción de compra; caso contrario, rige el contrato de arrendamiento hasta su fecha de expiración, tal como se presenta en la tabla 5.

### 3.3. Opción de cancelar anticipadamente

Continuando con el caso base, se supone que el contrato brinda la posibilidad de cancelar anticipadamente el contrato (ecuación 5) en  $t=2$ . En este caso,  $VC_t$  es el valor correspondiente al flujo de fondos generado por el activo en el instante  $t$ , siendo en este caso de \$ 1.059.840<sup>19</sup>, con un proceso estocástico del tipo GBM, donde  $VC_{t(i,j)} = [VC_{t,i} \times u; VC_{t,j} \times d]$ , volatilidad  $\sigma(V)$  y parámetros  $u, d, p$  y  $r$  similares al activo objeto del contrato. Seguidamente, se presenta la rejilla binomial correspondiente a la evolución de los ingresos esperados del activo, expuesta en la tabla 6.

El valor actual los pagos del leasing ( $VL_t$ ) se obtienen para cada periodo actualizando a la tasa  $r^*$  el flujo de pagos futuros a concretar. El contrato establece que a medida que transcurre el tiempo el valor de la penalidad decrece proporcionalmente con el valor residual  $P_t = P \times \sum_{t=0}^N B_t$ , siendo pactada en función del valor de origen menos depreciación promedio del vehículo. En la tabla 7 se presenta la evolución del valor actual de los pagos del contrato y la penalidad.

<sup>19</sup> Para su estimación, se supone un ingreso por boleto de \$ 400, a razón de 46 pasajeros por viaje (trayecto de 600 kilómetros) con una frecuencia de 4 viajes semanales, 16 mensuales, 192 anuales. Los costos operativos representan en el sector transporte (combustible, mantenimiento, tributos sobre automotor, sueldos e impuesto a las ganancias) el 70%, aproximadamente, arrojando un flujo de fondos después de impuestos de \$ 1.059.840 anuales.

**Tabla 6**

Proceso estocástico correspondiente al valor de los ingresos del activo

0	1	2	3
\$ 1.059.840,00	\$ 1.320.641,96	\$ 1.645.621,22	\$ 2.050.570,31
	\$ 850.541,52	\$ 1.059.840,00	\$ 1.320.641,96
		\$ 682.575,56	\$ 850.541,52
			\$ 547.779,72

Fuente: elaboración propia.

**Tabla 7**

Evolución del valor actual de los pagos del contrato y de la penalidad

T	0	1	2	3
$VL_t$	\$ –1.126.334,15	\$ –1.643.328,83	\$ –1.244.012,24	\$ –766.828,92
$P_t$	\$ 1.149.808,00	\$ 934.219,00	\$ 718.630,00	\$ 503.041,00

Fuente: elaboración propia.

**Tabla 8**

Valor terminal y valor teórico opción de cancelar anticipadamente

$N=2(i,j)$	$L_{CA,T(i,j)}$	$Q_{T(i,j)}$	$L_{CA,T(i,j)} \times Q_{T(i,j)}$
2	\$ 401.608,98	46,56%	\$ 186.977,85
1	\$ –184.172,24	43,35%	\$ –79.841,02
0	\$ –561.436,68	10,09%	\$ –56.657,56
	$\sum L_{CA,T} \times Q$		\$ 50.479,26
	$L_{CA,0}$		\$ 33.837,26

Fuente: elaboración propia.

**Tabla 9**

Valor terminal en cada nodo correspondiente al ejercicio de la opción

1	2	3
\$ –322.686,87	\$ 401.608,98	\$ 503.041,00
\$ –792.787,31	\$ –184.172,24	\$ 503.041,00
	\$ –561.436,68	\$ 83.712,60
		\$ –219.049,20

Fuente: elaboración propia.

Por otra parte, aplicando la ecuación 3 se estima el valor de la opción de cancelación anticipada del contrato en  $N=2$ , donde  $VL_{t=2} = -\$1.244.012,24$  y  $P_t = \$718.630$ , conforme se presenta en la tabla 8.

El valor de la opción de cancelación anticipada en  $N=2$  asciende a \$ 50.479,26 y el valor teórico es de \$ 33.837,26. Aplicando las ecuaciones 1 y 2, se obtiene el valor expandido de leasing  $VEL_0$ , que asciende a \$ 310.925,85 ( $V_0 - VA(L) : \$1.437.260 - \$1.126.334,15$ ); el valor de la opción de compra sobre el valor actual de los pagos 2,92% ( $L_0/VA(L)$ ) y el costo efectivo del contrato, que es del 16,06%. Si el contrato estipula que el derecho a ejercer la opción sea concretado en cualquier periodo hasta la fecha de vencimiento, se asimila a una opción americana. El valor terminal y la opción ejercida son expuestos en la tabla 9.

Adicionalmente, en la tabla 10 se presentan los nodos donde  $VT_t > L_{CA,t}$ , por lo tanto, se produce el ejercicio de la opción de extinción contractual de forma anticipada.

**Tabla 10**

Valor terminal versus valor teórico cancelación–continuación contrato

1	2	3
Continuo	Continuo	Cancelo
Continuo	Continuo	Cancelo
	Continuo	Continuo
		Continuo
		Continuo

Fuente: elaboración propia.

Tabla 11

Valor terminal y valor teórico opción de renovación

$N=3(i,j)$	$L_{R,T(i,j)}$	$Q_{T(i,j)}$	$L_{R,T(i,j)} \times Q_{T(i,j)}$
3	\$ 1.005.415,80	31,77%	\$ 319.393,91
2	\$ 0,00	44,37%	\$ 0,00
1	\$ 0,00	20,66%	\$ 0,00
0	\$ 0,00	5,24%	\$ 0,00
	$\sum_{L_{R,0}} L_{R,T} \times Q$		\$ 319.393,31
			\$ 236.612,38

Fuente: elaboración propia.

Tabla 12

Valor terminal y valor teórico opción de renovación o compra

$N=3(i,j)$	$L_{CA,R,T(i,j)}$	$Q_{T(i,j)}$	$L_{CA,R,T(i,j)} \times Q_{T(i,j)}$
3	\$ 1.005.415,8	31,77%	\$ 319.393,81
2	\$ 0,00	44,37%	\$ 0,00
1	\$ 0,00	20,66%	\$ 0,00
0	\$ 0,00	3,21%	\$ 0,00
	$\sum_{L_{CA,R,0}} L_{CA,R,T} \times Q$		\$ 319.393,31
			\$ 236.612,38

Fuente: elaboración propia.

En este caso, la conveniencia económica de cancelar anticipadamente se ve disipada, ya que solo en los nodos superiores del tercer año el ejercicio de la opción tiene valor.

### 3.4. Opción de renovación del contrato

Se supone que el contrato de arrendamiento incorpora la cláusula de renovación por un lapso similar al originalmente pactado, desde el momento  $N'=3$ . En  $t=3$  el valor actual de los pagos futuros del arrendamiento son de \$ 1.045.154,51 ( $VL_{t=4} \sum_{t=4}^{N=6} \frac{1}{(1+r)^t}$ )<sup>20</sup> y el proceso estocástico correspondiente a  $VC_t$  presenta similar tratamiento al expuesto en la tabla 6. Aplicando las ecuaciones 1, 2 y 6, se obtienen los valores terminales y teóricos correspondientes a la opción, desarrollados en la tabla 11.

De esta forma, el  $VEL_0$  asciende a \$ 596.481,90 ( $V_0 - VA(L) : \$ 1.437.260 - \$ 840.778,10$ ), el valor de la opción de compra sobre valor actual de los pagos es del 20,39% ( $L_0/VA(L)$ ) y el costo efectivo del contrato es del 10,08%.

Si adicionalmente se incorpora la cláusula de opción de compra en forma excluyente de la opción de renovación en el periodo  $N=3$ , se debe utilizar la ecuación 7 con el fin de calcular el valor terminal de la opción. Por lo tanto, se combinan 2 opciones ejerciendo aquella que arroje el máximo valor entre renovar o comprar el activo; lo anterior se expone en la tabla 12.

Los resultados obtenidos son similares a los de la tabla 11. Se debe tener presente que el precio de ejercicio asciende al 5,5% del valor contado y que la opción se define como el máximo valor entre: a) renovar o dejar expirar el contrato versus b) ejercer la opción de compra o dejar expirar el arrendamiento, es decir,  $\max(\max(V_{C_t} - VL_t, 0); \max(V_t - EX_t, 0))$ . De esta forma, el nodo 3 de la tabla 12 indica que se obtiene el mayor valor de la alternativa a (renovación) en relación con b ejercicio opción de compra. Los restantes nodos indican que ni la renovación ni el ejercicio de la opción generan mayor valor que la extinción del contrato del arrendamiento.

<sup>20</sup> En este caso, se supone que el flujo de pagos del leasing son en  $t=4$  y  $t=5$  de \$ -602.314,40 y en  $t=6$  de \$ 495.285,40, ya que existe ahorro fiscal del cual se debe deducir la cuota de la base imponible correspondiente al impuesto a las ganancias. El costo de oportunidad por el ahorro fiscal de las amortizaciones cesa en  $t=6$ , debido a que el vehículo se encuentra totalmente amortizado.

### 3.5. De riesgo (venture lease)

Para ilustrar el funcionamiento de esta modalidad se utilizará un caso vinculado a una empresa de base tecnológica (EBT), del sector de ciencias de la vida (*life science*), que se encuentra en etapa de expansión. El valor teórico de la empresa obtenido mediante el método de descuento de flujos de fondos asciende a \$ 18.000.000 de dólares (US\$). La firma necesita apalancar sus operaciones por una suma total de aproximadamente US\$ 15.000.000, de los cuales US\$ 5.000.000 serán destinados a la adquisición del equipamiento específico. De esta forma, existen 2 alternativas para obtener el financiamiento requerido: a) financiar íntegramente con capital de riesgo e inversores privados, y b) programar una mezcla de fondos, donde la compra de los equipos se solventa suscribiendo un contrato de *venture leasing*. A diferencia de la primera alternativa, la suma de US\$ 10.000.000 se apalanca con fondos provenientes de capital de riesgo e inversores privados; el resto es financiado mediante un acuerdo de leasing garantizado con *warrants*<sup>21</sup>.

La duración del contrato de arrendamiento es de 48 meses. Asimismo se pacta a favor del dador un rendimiento objetivo al vencimiento del 20% efectivo anual. Adicionalmente, como consecuencia del ordenamiento tributario, la renta proveniente de intereses se encuentra gravada por el impuesto a las ganancias, para lo cual se practica un acrecentamiento del rendimiento objetivo, considerando una alícuota marginal del 35%<sup>22</sup>. El canon mensual correspondiente a un préstamo de US\$ 5.000.000 con tasa acrecentada del 30,77% efectivo anual asciende a US\$ 194.829,34. Por lo tanto, por razones de simplicidad, se trabajará con magnitudes anuales, siendo el canon anual (12 pagos vencidos) de US\$ 2.337.952,08. El colateral se erige bajo la forma de *warrants* convertibles en participación del patrimonio de la firma. Por lo tanto, el ejercicio de la opción de conversión en participación de capital se pacta en el mes 48, con precio de ejercicio  $K = \text{US\$ } 600.000$ , valor unitario  $M = \text{US\$ } 500.000$  una cantidad de 10 *warrants* y valor intrínseco correspondiente a la participación unitaria de capital en el proyecto ( $S_0 = \text{US\$ } 471.428,57$ )<sup>23</sup>. El proceso estocástico de  $S$  es del tipo GBM,  $S_{t(i,j)} = [S_{t,i} \times u; S_{t,j} \times d]$ . Adicionalmente, se debe considerar que el equipo se deprecia generando ahorros fiscales para su propietario en un 20% anual, la tasa libre de riesgo es del 10%, la volatilidad del valor de la firma es  $\sigma = 44,7\%$  y, consecuentemente, se obtienen los parámetros  $u = 1,24$  y  $d = 0,80$ , conforme se presenta en la tabla 13.

Por otra parte, el valor terminal y el valor teórico de la opción se obtienen aplicando las ecuaciones 1, 2 y 8, conforme se expone en la tabla 14.

De esta forma, en el nodo 4 se activa la protección para el arrendatario, ya que el valor de la parte del capital, producto de la favorable evolución del negocio, supera el límite superior de la opción  $S_t - K \geq M$ , obteniendo el importe canjeando al *warrant* por la parte de capital. En los nodos 2, 1 y 0, la parte de capital asume un valor intrínseco proyectado inferior al precio de ejercicio  $K$ . En este caso, el riesgo lo asume el arrendador. Finalmente, en el nodo

<sup>21</sup> Una de las principales ventajas de esta modalidad de financiamiento consiste en la protección que brinda a los emprendedores fundadores contra la dilución de su participación en el capital de la EBT. Si se opta por la primera alternativa, además del mayor costo del capital de riesgo e inversores privados, se estaría diluyendo la propiedad de la firma en un 45% a favor de estos últimos. El contrato de leasing amortigua el efecto, ya que la transferencia de propiedad o participación a nuevos inversores se reduce a un 36%.

<sup>22</sup> El acrecentamiento (*grossing-up*) en este caso surge de calcular la tasa bruta antes del impacto del impuesto, es decir  $0,35/1 - 0,35 = 53,8\%$ , siendo la tasa ajustada del  $30,77\% = 20\% \times 1,538$ .

<sup>23</sup> El valor intrínseco surge de tomar el valor total sin apalancamiento inicial US\$ 18.000.000 más el incremento de capital requerido US\$ 15.000.000, dividido el total de partes sociales transferibles (70) en manos de los socios fundadores del proyecto 55% y el 45% en inversores y fondos de capital de riesgo.

**Tabla 13**

Proceso estocástico correspondiente al valor de la parte de capital

0	1	2	3	4
US\$ 471.428,57	US\$ 587.436,17 US\$ 378.330,29	US\$ 731.990,54 US\$ 471.428,57 US\$ 303.617,17	US\$ 912.116,38 US\$ 587.436,17 US\$ 378.330,29 US\$ 243.658,49	US\$ 1.136.567,00 US\$ 731.990,54 US\$ 471.428,57 US\$ 303.617,17 US\$ 195.540,51

Fuente: elaboración propia.

**Tabla 14**

Valor terminal y valor teórico opción de canje warrant-parte de capital

$N = 4(i, j)$	$L_{V,T(i,j)}$	$Q_{T(i,j)}$	$L_{V,T(i,j)} \times Q_{T(i,j)}$
4	US\$ 500.000,00	21,68%	US\$ 108.378,59
3	US\$ 131.990,54	40,37%	US\$ 53.279,66
2	US\$ 0,00	28,19%	US\$ 0,00
1	US\$ 0,00	8,75%	US\$ 0,00
0	US\$ 0,00	1,02%	US\$ 0,00
	$\sum L_{V,T} \times Q$		US\$ 161.658,25
	$L_{V,0}$		US\$ 108.362,77

Fuente: elaboración propia.

3 asume el valor de la parte de capital dentro del intervalo cerrado  $[K; M]$ .

Desde la perspectiva del dador, el rendimiento efectivo antes de impuestos es del 30,77%, los flujos de pagos son  $ff_0 = \text{US\$ } 5.000.000$  y  $ff_{1..4} = \text{US\$ } 2.337.952,08$ , donde después de impuesto se alcanza la rentabilidad objetivo del 20%. Desde la perspectiva de la firma, el costo financiero neto de impuestos del 20,93% y los flujos de pagos son  $ff_0 = \text{US\$ } 5.000.000 - \text{US\$ } 108.362,77$ ,  $ff_{1..4} = \text{US\$ } 1.869.668,85$  y  $ff_5 = \text{US\$ } 350.000$ . Cabe destacar que los flujos de fondos con opciones no son simétricos, en este caso la ventaja de la flexibilidad estratégica se encuentra del lado del dador. Finalmente, el valor expandido del contrato  $VEL_0$  es de  $\text{US\$ } 747.219 ((V_0 - VA(L))$  y el valor de la opción de canje sobre valor actual de los pagos es del 2,61% ( $L_0/VA(L)$ ).

### 3.6. Con canon atado a intensidad de uso (percentage lease)

Para ilustrar la metodología de valoración correspondiente a este tipo de leasing, será analizado el caso de alquiler de un local de ventas en el rubro accesorios femeninos en Estados Unidos. Los datos correspondientes a precios promedio y porcentajes son obtenidos del *Urban Land Institute* (ULI)<sup>24</sup>. En este caso, se establece un valor promedio fijo de arrendamiento de  $\text{US\$ } 50$  por metro cuadrado y un porcentaje  $\alpha$  sobre el nivel de ingresos proyectados  $VC_t$  del 5%, con precio de ejercicio  $K = \text{US\$ } 400$ . Las ventas promedio por metro cuadrado para este tipo de comercio son de  $\text{US\$ } 308^{25}$ . La duración del contrato es de 3 años. El precio de compra por metro cuadrado, dependiendo del estado en que se ubique y

<sup>24</sup> *Dollars & Cents of Shopping Centers®. The SCORE® 2008*. Edición a cargo del Urban Land Institute (Washington) 2008. Publicación de consulta obligatoria para los profesionales del sector inmobiliario, ofreciendo información objetiva de ingresos y gastos de una muestra de 1.000 centros de compra en Estados Unidos y Canadá. Conforme se indica en la publicación, las rentas fijas por alquiler varían en un rango de  $\text{US\$ } 2,40$  hasta  $\text{US\$ } 50$  por metro cuadrado para pequeños locales. Los porcentajes de venta varían entre un 1 y un 9% de los ingresos brutos, dependiendo del tamaño y el sector de negocio de venta minorista.

<sup>25</sup> Los datos relativos a ventas promedio fueron obtenidos del sitio <http://web.mit.edu/course/4/4.293/Phoenix/Research/BizStats/RetailSalesperSquareFoot.pdf>. Cabe destacar que la cifra de ventas depende del rubro, siendo el rubro de mayor valor el de venta de joyas y artículos suntuosos ( $\text{US\$ } 880$ ) y el de menor valor la venta minorista de libros ( $\text{US\$ } 199$ ) por metro cuadrado. Los metros cuadrados en alquiler varían en función del rubro, las características y las dimensiones del centro de compra. Los centros de compra regionales son aquellos que superan los 500.000 metros cuadrados, los intermedios tienen dimensiones entre 500.000 y 300.000

**Tabla 15**

Proceso estocástico de ventas por metro cuadrado

0	1	2	3
\$ 308,00	\$ 357,84 \$ 265,10	\$ 415,76 \$ 308,00 \$ 228,17	\$ 483,04 \$ 357,84 \$ 265,10 \$ 196,39

Fuente: elaboración propia.

**Tabla 16**

Valor terminal y valor teórico opción de suma a porcentaje

$N = 3(i, j)$	$L_{p,T(i,j)}$	$Q_{T(i,j)}$	$L_{p,T(i,j)} \times Q_{T(i,j)}$
3	US\$ 43,47	25,34%	US\$ 11,02
2	US\$ 0,00	44,11%	US\$ 0,00
1	US\$ 0,00	25,59%	US\$ 0,00
0	US\$ 0,00	4,95%	US\$ 0,00
	$\sum L_{p,T} \times Q$		US\$ 11,02
	$L_{p,0}$		US\$ 9,48

Fuente: elaboración propia.

las características del inmueble, para este sector es de  $\text{US\$ } 344^{26}$ ; con una volatilidad en los ingresos por ventas del 15% anual. Se supone que, de adquirir el bien, este se deprecia a razón del 2% anual y que el alquiler se deduce íntegramente de la base del impuesto a la renta, siendo la alícuota del 35%<sup>27</sup>. Desde la perspectiva del tomador los flujos de fondos del leasing por metro cuadrado son  $ff_0 = \text{US\$ } 344,00$ ,  $ff_{1..3} = \text{US\$ } -34,91$  y  $ff_{4..46(VA)} = \text{US\$ } -19,96$ . El valor actual de los pagos, suponiendo una tasa del 12% efectivo anual, asciende a  $\text{US\$ } -96,53$  y el VAN de la operación del leasing es de  $\text{US\$ } 247,47$ , claramente ventajoso frente a la compra.

Si la cláusula contractual de cobro a porcentaje es europea, esta se dispara en  $t = 3$ . Los ingresos siguen un proceso GBM, siendo la volatilidad de las ventas del 15%, la tasa libre de riesgo del 5% anual y los términos  $u = 1,16$  y  $d = 0,86$ , según se expone en la tabla 15.

En la tabla 16 se presenta el valor terminal y teórico inicial de la opción, el cual se obtiene aplicando las ecuaciones 1, 2, 11 y 12.

Si se incorpora la opción de pago de arrendamiento a porcentaje, el valor expandido del contrato  $VEL_0$  asciende a  $\text{US\$ } 237,99 ((V_0 - VA(L)) = \text{US\$ } 344 - \text{US\$ } 9,48 - \text{US\$ } 96,53)$  y el valor de la opción de compra sobre valor actual de los pagos es del 9,82% ( $L_0/VA(L)$ ).

Si la cláusula de cobro es americana, en todos los años se debe revisar el contrato determinando en cada periodo cuándo se dispara el valor esperado superando el nivel de ejercicio. En el ejemplo, la

mil metros cuadrados y finalmente los de pequeñas dimensiones van de 300.000 a 100.000 metros cuadrados.

<sup>26</sup> Los datos fueron obtenidos de [http://www.statemaster.com/graph/lif sho\\_mal\\_pri\\_per\\_squ\\_fee-malls-price-per-square-feet](http://www.statemaster.com/graph/lif sho_mal_pri_per_squ_fee-malls-price-per-square-feet), donde el estado de Alaska es el lugar más costoso por metro cuadrado ( $\text{US\$ } 429,15$ ) y Nevada el más económico ( $\text{US\$ } 158$ ).

<sup>27</sup> En este caso, durante 46 periodos el costo de oportunidad de arrendar en materia fiscal implica perder la deducción de amortizaciones; consecuentemente, se debe actualizar la corriente futura de 46 ahorros fiscales en concepto de amortizaciones y computar en  $t = 4$  en el flujo de fondos del leasing.



**Tabla 17**

Valor terminal opción americana porcentaje

0	1	2	3
\$ -	\$ -	\$ 15,76	\$ 43,47
	\$ -	\$ -	\$ -
		\$ -	\$ -
			\$ -

Fuente: elaboración propia.

**Tabla 18**

Valor actual opción americana porcentaje

0	1	2	3	$QxL(t) 0$	$QxL(t) 1$	$QxL(t) 2$	$QxL(t) 3$
100%	63%	40%	25%	US\$ 0,00	US\$ 0,00	US\$ 6,31	US\$ 11,02
	37%	46%	44%		US\$ 0,00	US\$ 0,00	US\$ 0,00
		13%	26%			US\$ 0,00	US\$ 0,00
			5%				US\$ 0,00
	100%	100%	100%		US\$ 0,00	US\$ 6,31	US\$ 11,02

Fuente: elaboración propia.

situación descrita precedentemente acontece en los nodos superiores de los periodos 2 y 3, según la tabla 17.

El valor esperado correspondiente a los flujos de fondos de la opción se obtiene mediante el producto del valor terminal por su probabilidad de ocurrencia; estos se presentan en la tabla 18.

El valor actual de los pagos es US\$ 15,19 que surge de  $US\$ 6,31.e^{-0,05 \times 2} + US\$ 11,02.e^{-0,05 \times 3}$ , siendo superior al valor de la opción europea US\$ 9,48. En este caso, como en el anterior, el hecho de que el arrendamiento se sujete a una corrección con base en un porcentaje hace que el costo financiero para el tomador se eleve, si se compara esta situación con un contrato similar sin opciones.

### 3.7. Premio por pago diferido del activo (lease with deferred payment)

Para ilustrar la presente modalidad, se analiza el contrato de alquiler de equipo informático cuya duración es de 36 meses<sup>28</sup>. El leasing contiene un componente financiero escalonado del 1% los primeros 3 meses, del 2% en los meses 4 a 6 y el 3% desde el mes 7 hasta la finalización (mes 36), siendo el valor del equipo  $V_0 = US\$ 300.000$ . Consecuentemente, las cuotas mensuales son de valor igual a  $c_{1..3} = US\$ 8.583$ ;  $c_{4..6} = US\$ 8.883$ ;  $c_{5..36} = US\$ 9.083$ . Por razones de exposición, las tablas se presentan con los valores anuales, de tal forma que  $c_{año 1} = US\$ 106.500$  y  $c_{año 2,3} = US\$ 109.000$ .

El precio de ejercicio ( $K$ ) es previamente pactado y surge de la diferencia entre  $V_0 - E(B_t)$ , en donde  $E(B_t)$  representa la depreciación económica estimada acumulada, siendo esta del 98% a fecha de ejercicio. El valor del activo ( $V_t$ ) sigue un proceso GBM con desvalorización acelerada, por ello la tasa de depreciación se supone a razón del 30% anual. El premio que debe abonar el tomador por el derecho preferencial ( $D_{T(i,j)}$ ) es de  $\alpha = 5\%$  sobre el valor del bien a la fecha de ejercicio de la opción. El mismo se paga bajo la condición de que  $V_t > K$ . De esta forma, suponiendo una volatilidad en el precio de equipos informáticos del 25%, una tasa libre de riesgo del 10% y coeficientes  $u = 1,28$  y  $d = 0,77$ , se tiene el proceso estocástico que sigue el precio, el cual se presenta en la tabla 19.

Aplicando la ecuación 13 se obtienen los valores terminal y teórico del contrato, expuestos en la tabla 20.

En los nodos 3, 2 y 1 se ejerce la opción preferente de comprar al valor pactado  $K$  más el premio contingente  $D_{T(i,j)}$ . Por lo tanto, la corriente de pagos a la que se enfrenta el tomador del contrato es  $ff_0 = US\$ 300.000$ ;  $ff_1 = US\$ -90.225$ ;  $ff_{2..3} = US\$ -91.850$ , con una

**Tabla 19**

Proceso estocástico del activo

0	1	2	3
US\$ 300.000,00	US\$ 269.645,34	US\$ 138.492,5	US\$ 17.782,80
	US\$ 163.548,16	US\$ 84.000,00	US\$ 10.785,81
		US\$ 50.948,58	US\$ 6.541,93
			US\$ 3.967,88

Fuente: elaboración propia.

**Tabla 20**

Valor terminal y teórico opción de pago diferido

$N = 3(i, j)$	$L_{d,T(i,j)}$	$Q_{T(i,j)}$	$L_{d,T(i,j)} \times Q_{T(i,j)}$
3	US\$ 10.893,66	26,96%	US\$ 2.936,65
2	US\$ 4.246,52	44,32%	US\$ 1.882,01
1	US\$ 214,83	24,29%	US\$ 52,18
0	US\$ 0,00	4,44%	US\$ 0,00
	$\sum_{L_{d,0}} L_{d,T} \times Q$		US\$ 4.870,83
			US\$ 3.608,40

Fuente: elaboración propia.

tasa del 10%, donde el valor actual de los pagos asciende a US\$ 226.940. Adicionalmente, el  $VEL_0$  es de US\$ 76.668,32 ( $V_0 - VA(L) : US\$ 300.000 + US\$ 3.608,4 - US\$ 226.940$ ) y el valor de la opción de compra sobre el valor actual de los pagos es 1,59% ( $L_0/VA(L)$ ).

## 4. Conclusiones

Varios contratos pactan una serie de pagos fijos y eventualmente flujos contingentes. En estos tipos de instrumentos, determinar su valor requiere de conjugar las virtudes de los métodos de valuación estáticos y de pagos contingentes, donde los modelos de opciones son instrumentos empleados para tal fin. El contrato de leasing no escapa a dicha circunstancia y por ello es importante estimar su valor expandido, producto de la suma entre el valor estático y el valor de las opciones reales.

De esta forma, el presente trabajo propuso un modelo para valorar contratos de arrendamientos con opciones simples y complejas, articulando las características del método de préstamo equivalente, en el tramo estático de valor, y el modelo binomial para valorar la flexibilidad estratégica (opciones). El modelo propuesto se caracteriza por su simplicidad y versatilidad, ya que el valor actual de las opciones surge de estimar los posibles valores terminales ajustados por su probabilidad de ocurrencia descontados al tipo sin riesgo.

Dado lo anterior, el factor clave consiste en identificar las opciones contenidas en el contrato y determinar su valor terminal. Conforme fue expuesto, de todas las modalidades analizadas, exceptuando el arrendamiento de riesgo (*venture leasing*) y el vinculado a intensidad de uso (*percentage leasing*), la flexibilidad se plantea a favor del tomador del instrumento.

Adicionalmente, para realizar una correcta evaluación entre la conveniencia de arrendar o comprar, no se debe perder de vista el impacto tanto en el valor como en el costo financiero, que tienen las opciones del contrato. Cuando estas son a favor del tomador, tienen como efecto una reducción del costo financiero (aumentan el valor actual expandido del leasing), frente al mismo caso sin opciones. Si la opcionalidad se plantea a favor del dador (*venture* y *porcentaje leasing*), el valor añadido incentiva al último al empleo de este instrumento para ceder el uso y goce de activos bajo esta modalidad o eventualmente disminuir el valor de los cánones. No trabajar con una concepción de valor expandido conduce a subvaluaciones (sobrevaloraciones) del contrato, ignorando el agregado (reducción) de valor de las opciones a favor del tomador (dador).

<sup>28</sup> Esta modalidad de leasing fue lanzada al mercado en el año 2012 por Hewlett Packard Co. para equipos con valor superior a US\$ 250.000.

## Conflicto de intereses

El autor declara no tener ningún conflicto de intereses.

## Bibliografía

- Benninga, S. (2008). *Financial modeling* (3rd ed.). Cambridge, Massachusetts: The MIT Press.
- Brandao, L., Dyer, J. y Hahn, W. (2005). Using binomial decision trees to solve real options valuations problems. *Journal of Decision Analysis*, 2(2), 69–88.
- Copeland, T. y Antikarov, V. (2001). *Real options* (1st ed.). New York: Texere LLC.
- Copeland, T. y Weston, F. (1982). A note on the evaluation of cancelable operating leases. *Financial Management*, 11(2), 60–67.
- Cox, J., Ross, S. y Rubinstein, M. (1979). Option pricing: A simplified approach. *Journal of Financial Economics*, 18(7), 229–263.
- Grenadier, S. (1996). Leasing and credit risk. *Journal of Financial Economics*, 38(3), 297–331.
- Grenadier, S. (1997). Valuing lease contracts: A real options approach. *Journal of Finance*, 52(4), 1323–1354.
- Klieman, R. (2001). The characteristics of venture lease financing. *Journal of Equipment Lease Financing*, 19(1), 2–10.
- Lee, W., Martin, J. y Senchack, A. (1982). The case for using options to evaluate salvage values in financial leases. *Financial Management*, 11(3), 33–41.
- Liang, Z. y Shusheng Li, W. (2012). Decomposition valuation of complex real options embedded in creative financial Leases. *Economic Modelling*, 29(6), 2627–2631.
- McConnel, J. y SchaUheim, J. (1983). Valuation of asset leasing contracts. *Journal of Financial Economics*, 12(2), 237–261.
- Milanesi, G. (2011). El método del préstamo equivalente y la evaluación del leasing. *Escritos Contables y de Administración*, 2(2), 67–85.
- Myers, S., Dill, A. y Bautista, J. (1976). Valuation of financial lease contracts. *Journal of Finance*, 31(3), 799–819.
- Smith, J. (2005). Alternative approach for solving real options problems. *Decision Analysis*, 2(2), 89–102.
- Trigeorgis, L. (1993). Real options and interactions with financial flexibility. *Financial Management*, 22(3), 202–224.
- Trigeorgis, L. (1996). Evaluating leases with complex operating options. *European Journal of Operational Research*, 91(2), 315–329.
- Trigeorgis, L. (1997). *Real options: Managerial flexibility and strategy in resource allocations* (2nd ed.). Cambridge: MIT Press.
- Wang, A. y Halal, W. (2010). Comparison of real asset valuation models: A literature review. *International Journal of Business and Management*, 5(5), 14–24.
- Wheaton, W. (2000). Percentage rent in retail leasing: The alignment of landlord-tenant interest. *Real Estate Economics*, 28(2), 185–204.